练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学4

选择性必修第二册 BS

细分课时
分层设计
落实基础
突出重点
详答单本

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

◆ **知识点一 等差数列的前 n 项和的性质**

1. 若数列$\{a_n\}$是等差数列，S_n 是其前 n 项的和，$k\in\mathbf{N}^*$，那么________，________，________成等差数列，如图所示.

$$\overbrace{\underbrace{a_1+a_2+\cdots+a_k}_{S_k}+\underbrace{a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{2k}}_{S_{2k}-S_k}+\underbrace{a_{2k+1}+a_{2k+2}+\cdots+a_{3k}}_{S_{3k}-S_{2k}}}^{S_{3k}}$$

2. 若 S_n，T_n 分别为等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前 n 项和，那么$\dfrac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}=\dfrac{a_n}{b_n}$.

3. 若数列$\{a_n\}$是等差数列，S_n 是其前 n 项的和，则数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$也是等差数列.

4. 设数列$\{a_n\}$是公差为 d 的等差数列，$S_奇$ 是前 n 项中奇数项的和，$S_偶$ 是前 n 项中偶数项的和，则数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=S_奇+S_偶$，当等差数列的项数 n 为奇数时，中间一项记为 $a_中$，有如下性质：

(1)当 n 为偶数时，$S_偶-S_奇=$________；

(2)当 n 为奇数时，则 $S_奇-S_偶=$________，$S_奇=$________，$S_偶=$________，$\dfrac{S_奇}{S_偶}=$________.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1)若$\{a_n\}$是等差数列，则 a_1+a_2，a_3+a_4，a_5+a_6 也是等差数列. ( )

(2)若等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则 S_3，S_6，S_9 成等差数列. ( )

◆ **知识点二 等差数列的前 n 项和的最值**

1. 从二次函数的角度理解等差数列的前 n 项和公式：

公式 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)d}{2}$ 可化成关于 n 的表达式：$S_n=$____________. 当 $d\neq0$ 时，S_n 关于 n 的表达式是一个常数项为零的二次函数关系式，即点(n,S_n)在其相应的________函数的图象上，这说明等差数列的前 n 项和公式是关于 n 的二次函数，它的图象是抛物线 $y=\dfrac{d}{2}x^2+\left(a_1-\dfrac{d}{2}\right)x$ 上横坐标为正整数的一群孤立的点.

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ **探究点二 等差数列的性质**

例 2 (1)在等差数列$\{a_n\}$中，已知 $a_3+a_9=12$，$a_2=4$，则 $a_{10}=$ ( )

A. 4　　B. 8　　C. 3　　D. 6

(2)在等差数列$\{a_n\}$中，已知 $a_3+a_8=10$，则 $3a_5+a_7=$________.

变式 (1)已知等差数列$\{a_n\}$中，a_5，a_{15} 是函数 $f(x)=x^2-3x-2$ 的两个零点，则 $a_3+a_8+a_{12}+a_{17}=$ ( )

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 6

(2)在等差数列$\{a_n\}$中，已知 $a_1+a_4+a_7=39$，$a_2+a_5+a_8=33$，则 $a_3+a_6+a_9=$________.

[素养小结]

解决等差数列运算问题的一般方法：一是灵活运用等差数列的性质；二是利用等差数列的通项公式，转化为等差数列的首项与公差的函数关系求解. 这些方法都运用了整体代换与方程的思想.

拓展 [2024·贵州铜仁高二期末] 在等差数列$\{a_n\}$中，$m,n,p,q\in\mathbf{N}^*$，则“$a_m+a_n=a_p+a_q$”是“$m+n=p+q$”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

◆ **探究点四 等差数列的实际应用**

例 4 假设体育场一角看台的座位从第 2 排起每一排都比前一排多相等数量的座位. 若第 3 排有 10 个座位，第 9 排有 28 个座位，则第 12 排有多少个座位？

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型一　导数的概念及其几何意义**

[类型总述]（1）利用导数求切点坐标；（2）利用导数求切线方程.

例 1 （1）曲线 $y=\frac{\sin x}{x}$ 在点 $M(\pi,0)$ 处的切线方程为____________.

变式 （1）函数 $f(x)=e^x\ln x$ 的图象在 $x=1$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为（　）

A. $\frac{e}{4}$　　B. $\frac{e}{2}$　　C. e　　D. 2e

（2）[2022·新高考全国Ⅱ卷] 曲线 $y=\ln|x|$ 经过坐标原点的两条切线方程分别为________，________.

◆ **题型五　导数的应用**

[类型总述]（1）证明不等式；（2）解决参数范围问题；（3）解决函数零点问题.

例 6 [2023·新课标Ⅰ卷] 已知函数 $f(x)=a(e^x+a)-x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）证明：当 $a>0$ 时，$f(x)>2\ln a+\frac{3}{2}$.

例 7 [2023·全国乙卷] 已知函数 $f(x)=\left(\frac{1}{x}+a\right)\ln(1+x)$.

（1）当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，求 a 的取值范围.

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

一、选择题

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3+a_5=4$，则 $a_4=$（　）

A. 2　　B. -2

C. 4　　D. -4

4. 我国某著作中有如下问题："今有女不善织，日减功迟，初日织五尺，末日织一尺，今三十日织讫……"其大意为：有一女子不善于织布，每天比前一天少织同样多的布，第一天织 5 尺，最后一天织一尺，三十天织完……则该女子第 11 天织布（　）

A. $\frac{11}{3}$尺　　B. $\frac{105}{29}$尺

C. $\frac{65}{29}$尺　　D. $\frac{7}{3}$尺

7. （多选题）已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1>0$，且 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$，则（　）

A. $a_1+a_{101}>0$

B. $a_1+a_{101}<0$

C. $a_3+a_{99}=0$

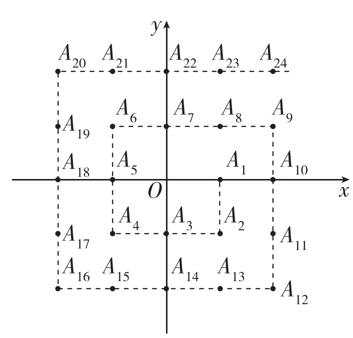
D. $a_{51}<a_{50}$

二、填空题

9. [2024·内蒙古赤峰松山区高二期末] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1=2$，$a_3=8$，则 $a_4+a_5+a_6=$________.

▶ **思维探索** 选做题

15. 如图，在平面直角坐标系中有一系列格点 $A_i(x_i,y_i)$，其中 $i=1,2,3,\cdots,n,\cdots$，且 x_i，$y_i\in\mathbf{Z}$. 记 $a_n=x_n+y_n$，如 $A_1(1,0)$ 对应 $a_1=1$，$A_2(1,-1)$ 对应 $a_2=0$，以此类推. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $a_{2024}=$________，$S_{2022}=$________.



目录 Contents

测 评 卷

练习册 PRACTISE 第一章　数列

§1　数列的概念及其函数特性

1.1　数列的概念

一、选择题

1. 下列说法中正确的是　(　　)

A. 数列中的项不能相等

B. 数列中的项与顺序无关

C. 数列 0,1,2,3,4,5,6,7,…的第 8 项为 7

D. 数列 0,2,4,6,…可记为$\{2n\}$

2. 在下列数列中,是有穷数列的为　(　　)

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{n}$

3. [2024·山西长治高二期末] 在数列$\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},2,\sqrt{5},\cdots$中,根据前 5 项的规律可得第 12 项为　(　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{10}$

C. $\sqrt{11}$　　D. $2\sqrt{3}$

4. 数列$-1,\frac{1}{4},-\frac{1}{9},\frac{1}{16},-\frac{1}{25},\cdots$的一个通项公式为　(　　)

A. $a_n=\frac{(-1)^n}{n^2}$　　B. $a_n=\frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$

C. $a_n=\frac{(-1)^n}{3n-2}$　　D. $a_n=\frac{(-1)^n}{2n-1}$

5. 已知数列$\sqrt{3},3,\sqrt{15},\sqrt{21},\cdots$,则$\sqrt{39}$是这个数列的　(　　)

A. 第 8 项　　B. 第 7 项

C. 第 6 项　　D. 第 5 项

6. [2024·广东广州越秀区高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_na_{n+1}=2^n(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_5=$　(　　)

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 16

7. (多选题)下列结论中正确的是　(　　)

A. 数列的项数是无限的

B. 数列通项公式的表达式不是唯一的

C. 数列 2,5,7 可表示为$\{2,5,7\}$

D. 数列 1,3,5,7 与数列 7,5,3,1 不是同一数列

8. (多选题)[2024·呼和浩特高二期末] 数列$-2,4,\cdots$的通项公式可能是　(　　)

A. $a_n=(-1)^n2n$　　B. $a_n=(-1)^{n+1}2n$

C. $a_n=6n-8$　　D. $a_n=4n-6$

二、填空题

9. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1,a_{n+1}=\frac{2a_n}{a_n+2}(n\in\mathbf{N}^*)$,则$a_3=$________.

10. 设数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$,$n\in\mathbf{N}^*$,则$\sqrt{10}-3$是此数列的第________项.

11. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=\sqrt{3},\frac{a_{n+1}}{a_n}=\sqrt{\frac{n+3}{n+2}}$,则$a_{97}=$________.

12. "中国剩余定理"又称"孙子定理",1852 年,英国来华传教士伟烈亚力将《孙子算经》中"物不知数"问题的解法传至欧洲.1874 年英国数学家马西森指出此法符合 1801 年由高斯得到的关于问余式解法的一般性定理,因而西方称之为"中国剩余定理",此定理讲的是关于整除的问题.现将 1 到 1009 这 1009 个数中,能被 2 除余 1 且被 5 除余 1 的数,按从小到大的顺序排成一列,构成数列$\{a_n\}$,则该数列共有________项.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

三、解答题

13. 根据下列数列$\{a_n\}$的通项公式,写出数列的第10项.

(1)$a_n=(-1)^{n+1}\dfrac{n+1}{2n-1}$;

(2)$a_n=1+\cos\dfrac{(n-1)\pi}{2}$.

14. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n(n+2)$.

(1)求这个数列的第10项、第15项及第21项.

(2)判断440和222是不是这个数列中的项?如果是,求出是第几项;如果不是,请说明理由.

▶ 思维探索 选做题

15. [2024·北京师大附中高二期末] 已知$\{a_n\}$是各项均为正整数的数列,且$a_1=3$,$a_7=8$,对任意$k\in\mathbf{N}^*$,$a_{k+1}=a_k+1$与$a_{k+1}=\dfrac{1}{2}a_{k+2}$有且仅有一个成立,则$a_1+a_2+\cdots+a_7$的最小值为 ( )

A. 18　　B. 20

C. 21　　D. 23

16. 将数列$\{2n-1\}$与数列$\{n^2\}$的公共项按照从小到大的顺序排列得到一个新数列$\{a_n\}$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为____________.

1.2 数列的函数特性

一、选择题

1. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{2n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则该数列是 ( )

A. 递增数列 B. 递减数列

C. 摆动数列 D. 常数列

2. 在下列数列中,为递减数列的是 ( )

A. $\{1+5^n\}$ B. $\{-n^2+6n\}$

C. $\{3n+6\}$ D. $\{1-\log_2 n\}$

3. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n+\frac{32}{n}$,$n\in\mathbf{N}^*$,则数列$\{a_n\}$的最小值为 ( )

A. $\frac{34}{3}$ B. $\frac{57}{5}$

C. $8\sqrt{2}$ D. 12

4. [2024·湖北武汉高二期末] 函数$f(x)$的定义域为$[1,+\infty)$,数列$\{a_n\}$满足$a_n=f(n)$,则"函数$f(x)$为减函数"是"数列$\{a_n\}$为递减数列"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. [2024·山东菏泽三桐中学高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=3^n+kn$,若$\{a_n\}$为递增数列,则k的取值范围是 ( )

A. $(-2,+\infty)$ B. $(-6,+\infty)$

C. $(-\infty,-2)$ D. $(-\infty,2)$

6. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=an^2+n$,若数列$\{a_n\}$满足$a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$,且$a_n>a_{n+1}$对任意的$n\geqslant 8$恒成立,则实数a的取值范围是 ( )

A. $\left(-\frac{1}{9},-\frac{1}{17}\right)$ B. $\left(-\frac{1}{9},-\frac{1}{16}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{10},-\frac{1}{16}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{10},-\frac{1}{17}\right)$

7. (多选题)已知函数$f(x)=-x^2+2x+1$,设数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=f(n)(n\in\mathbf{N}^*)$,则 ( )

A. 此数列的图象是二次函数$f(x)=-x^2+2x+1$的图象

B. 此数列是递减数列

C. 此数列从第3项起往后各项均为负数

D. 此数列有两项为1

8. (多选题)[2024·天津河北区高二期末] 下列通项公式中,对应的数列是递增数列的是 ( )

A. $a_n=\frac{1}{4^n}$

B. $a_n=2n-1$

C. $a_n=\begin{cases}n+3, n\leqslant 2,\\ 2^{n-1}, n>2\end{cases}$

D. $a_n=2n^2-5n+1$

二、填空题

9. 数列$\{-2n^2+29n+3\}$中最大的项是________.

10. 若数列$\{(n-a)^2\}$是递增数列,则实数a的取值范围是________.

11. [2024·陕西商洛镇安中学高二期末] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\left|n-\frac{10}{3}\right|$,则$a_n$的最小值为________,此时$n$的值为________.

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}(4-a)x-10, x\leqslant 7,\\ a^{x-6}, x>7,\end{cases}$数列$\{a_n\}$满足$a_n=f(n)(n\in\mathbf{N}^*)$,若数列$\{a_n\}$为递增数列,则实数$a$的取值范围是________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

三、解答题

13. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=-n^2+4n+2,n\in\mathbf{N}^*$,画出该数列的图象,并求出数列$\{a_n\}$的最大项.

14. 已知函数$f(x)=\frac{2x-1}{x}$,设数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=f(n)$,其中$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)求a_2的值;

(2)求证:$1\leqslant a_n<2$;

(3)判断数列$\{a_n\}$是递增数列还是递减数列,并说明理由.

▶ 思维探索 选做题

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{n}{n^2+6},n\in\mathbf{N}^*$,则数列$\{a_n\}$的最大项是________.

16. 在数列$\{a_n\}$中,$a_n=n(n-8)-20$,请回答下列问题:

(1)这个数列共有几项为负数?

(2)这个数列从第几项开始递增?

(3)这个数列中有无最小项?若有,求出最小项;若无,请说明理由.

§2　等差数列

2.1　等差数列的概念及其通项公式

第 1 课时　等差数列的概念及其通项公式

一、选择题

1. 下列数列中是等差数列的是　(　　)

A. $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}$

B. $\lg 5,\lg 6,\lg 7$

C. $1,\frac{7}{8},\frac{3}{4}$

D. $2,3,5$

2. 若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2-n$,则此数列　(　　)

A. 是公差为-1的等差数列

B. 是公差为1的等差数列

C. 是首项为2的等差数列

D. 是公差为n的等差数列

3. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_8=6$,$a_{11}=0$,则a_1的值为　(　　)

A. 18　　B. 20

C. 22　　D. 24

4. [2024·宁夏银川一中高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$2a_{n+1}=2a_n+1$,其中$a_8=\frac{9}{2}$,则$a_3=$(　　)

A. 1　　B. $\frac{3}{2}$

C. 2　　D. $\frac{5}{2}$

5. 首项为-24的等差数列,从第10项开始为正数,则公差d的取值范围是　(　　)

A. $d>\frac{8}{3}$　　B. $d<3$

C. $\frac{5}{3}\leqslant d<3$　　D. $\frac{8}{3}<d\leqslant 3$

6. [2024·广东深圳外国语学校高二月考] 已知等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=2$,公差$d=8$,在$\{a_n\}$中每相邻两项之间都插入k个数,使它们和原数列的项一起构成一个新的等差数列$\{b_n\}$,当$k=3$时,$b_n=$　(　　)

A. n　　B. $2n$

C. $3n$　　D. $2n+1$

7. (多选题)若$\{a_n\}$为等差数列,$a_2=11$,$a_5=5$,则下列说法正确的是　(　　)

A. $a_n=15-2n$

B. -20是数列$\{a_n\}$中的项

C. 数列$\{a_n\}$为递减数列

D. 数列$\{a_n\}$既无最大项,也无最小项

8. (多选题)已知数列$\{a_n\}$是等差数列,则下面的数列中必为等差数列的是　(　　)

A. $\{a_{2n}\}$　　B. $\{a_n+a_{n+1}\}$

C. $\{3a_n+1\}$　　D. $\{|a_n|\}$

二、填空题

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的首项为1,且$a_5=a_3+a_2$,则$a_2=$________.

10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$,$a_{n+1}-a_n+1=0(n\in\mathbf{N}^*)$,则此数列的通项公式为$a_n=$________.

11. 已知等差数列$\{a_n\}$的各项均不为0,若$a_5=2a_2$,则$\frac{a_7}{a_5}=$________.

12. [2024·江苏淮安高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的各项都是正数,若$a_2=2$,$2(a_3+a_6)=a_3\cdot a_6$,则$2a_5-a_6$的值为________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

三、解答题

13. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_{11}=20$,$a_{22}=86$.

(1)求数列$\{a_n\}$的公差d和a_1;

(2)数列$\{a_n\}$中满足$10<a_n<150$的项共有几项?

14. 已知数列$\{a_n\}$满足$(a_{n+1}-1)(a_n-1)=3(a_n-a_{n+1})$,$n\in\mathbf{N}^*$,$a_1=2$,令$b_n=\dfrac{1}{a_n-1}$.

(1)证明:数列$\{b_n\}$是等差数列;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

▶ 思维探索 选做题

15. [2024·上海七宝中学高二期末] 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,$a_{m+n}=a_m+a_n(m,n\in\mathbf{N}^*)$,若$a_ka_{k+1}=440$,则正整数$k=$________.

16. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=7$,$a_5=13$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)若$b_n=\dfrac{1}{6-a_n}$,是否存在正整数m,使得$b_{2m}=2b_m+1$?若存在,求出m的值;若不存在,说明理由.

第2课时　等差数列的性质及实际应用

一、选择题

1. 在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_3+a_5=4$，则$a_4=$（　　）

A. 2　　B. -2

C. 4　　D. -4

2. 已知$a_n=\begin{cases}6, n=1,\\ a_{n-1}+3, 1<n\leqslant 6,\end{cases}$则通过数列$\{a_n\}$图象上所有点的直线的斜率为（　　）

A. 3　　B. 6

C. 8　　D. 1

3. [2024·山西太原高二期中]在-3与15之间插入5个数，使这7个数成等差数列，则插入的5个数之和为（　　）

A. 21　　B. 24

C. 27　　D. 30

4. 我国某著作中有如下问题："今有女不善织，日减功迟，初日织五尺，末日织一尺，今三十日织迄……"其大意为：有一女子不善于织布，每天比前一天少织同样多的布，第一天织5尺，最后一天织一尺，三十天织完……则该女子第11天织布（　　）

A. $\frac{11}{3}$尺　　B. $\frac{105}{29}$尺

C. $\frac{65}{29}$尺　　D. $\frac{7}{3}$尺

5. 若一个等差数列的前三项之和为21，最后三项之和为93，公差为2，则该数列的项数为（　　）

A. 14　　B. 15

C. 16　　D. 17

6. [2024·北京十一中高二期末]已知无穷等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq 0$，则"$d>0$"是"存在无限项a_n满足$a_n>2023$"的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. （多选题）已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1>0$，且$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$，则（　　）

A. $a_1+a_{101}>0$

B. $a_1+a_{101}<0$

C. $a_3+a_{99}=0$

D. $a_{51}<a_{50}$

8. （多选题）已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=10$，$a_2=5$，$a_n-a_{n+2}=2(n\in\mathbf{N}^*)$，则下列说法正确的有（　　）

A. 数列$\{a_n\}$是等差数列

B. $a_{2k}=7-2k(k\in\mathbf{N}^*)$

C. $a_{2k-1}=12-2k(k\in\mathbf{N}^*)$

D. $a_n+a_{n+1}=18-3n$

二、填空题

9. [2024·内蒙古赤峰松山区高二期末]在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=2$，$a_3=8$，则$a_4+a_5+a_6=$________.

10. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_5=2$，$a_{11}=11$，则$a_8^2-a_2^2=$________.

11. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_7=14$，则当$a_3^2+a_4^2+a_5^2$取得最小值时，$a_{2024}=$________.

12. [2024·北京顺义区高二期末]某著作中有这样一个问题：从冬至日起，依次有小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种共十二个节气，立竿测影，得其最短日影长依次成等差数列，若冬至、立春、春分最短日影长之和为31.5尺，春分最短日影长为7.5尺，则这十二个节气中后六个(春分至芒种)最短日影长之和为________尺.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

三、解答题

13. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,且$a_6=4$,$a_{14}=64$.设a_6与a_{14}的等差中项为x,a_6与x的等差中项为y,求$x+y$的值.

14. 已知$\{a_n\}$为等差数列.

(1)若$a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}=90$,求$a_9-\frac{1}{2}a_{12}$;

(2)若$a_1+2a_8+a_{15}=64$,求$2a_9-a_{10}$.

思维探索 选做题

15. 我国古代数学著作《孙子算经》中有一道题:“今有物不知其数,三三数之剩二,五五数之剩二,七七数之剩二,问物几何?”根据这一数学思想,所有被3除余2的正整数按从小到大的顺序排列组成数列$\{a_n\}$,所有被5除余2的正整数按从小到大的顺序排列组成数列$\{b_n\}$,把数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的公共项按从小到大的顺序排列组成数列$\{c_n\}$.若$c_m<2024(m\in\mathbf{N}^*)$,则$m$的最大值为________.

16. 已知函数$f(x)=x^2+m$,其中$m\in\mathbf{R}$,数列$\{a_n\}$满足$a_1=0$,$a_{n+1}=f(a_n)$,$n\in\mathbf{N}^*$.

(1)当$m=1$时,求a_2,a_3,a_4的值.

(2)是否存在实数m,使a_2,a_3,a_4构成公差不为0的等差数列?若存在,请求出实数m的值;若不存在,请说明理由.

2.2 等差数列的前 n 项和

第 1 课时 等差数列的前 n 项和

一、选择题

1. [2024·广西南宁高二期中] 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,S_n 为其前 n 项和,$a_3=3$,$a_7=15$,则 S_9 的值为 ( )

A. 48　　B. 56

C. 81　　D. 100

2. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若$\frac{S_6}{S_3}=3$,且 $a_3+a_7=36$,则 $a_8=$ ( )

A. 6　　B. 12

C. 27　　D. 36

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_{10}=30$,$a_3=-2$,则 $S_{20}=$ ( )

A. 220　　B. 240

C. 260　　D. 280

4. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_n=n^2$,则 a_8 的值为 ( )

A. 15　　B. 16

C. 49　　D. 64

5. 已知两个等差数列 2,6,10,…及 2,8,14,…,200,将这两个等差数列的公共项按从小到大的顺序组成一个新数列$\{a_n\}$,则数列$\{a_n\}$的各项之和为 ( )

A. 1666　　B. 1654

C. 1472　　D. 1460

6. 已知数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=2n^2-n$,则 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2n-1}=$ ( )

A. $2n^2-n$　　B. $8n^2-10n+3$

C. $4n^2-3n$　　D. $16n^2-22n+7$

7. (多选题)设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n. 若 $S_3=6$,$a_4=10$,则 ( )

A. $S_n=2n^2-4n$

B. $S_n=n^2-2n$

C. $a_n=4n-8$

D. $a_n=4n-6$

8. (多选题)记等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,已知 $a_5=4$,$S_3=-6$,则有 ( )

A. $a_1=-4$　　B. $a_3<0$

C. $S_5=0$　　D. $S_2<S_3$

二、填空题

9. [2024·宁夏育才中学高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_7=18$,则数列$\{a_n\}$的前 8 项和 $S_8=$________.

10. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_n=n^2-3n+2$,则数列 a_n 的通项公式为____________.

11. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_n=n^2$,$n\in\mathbf{N}^*$,则 $a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{2023}-a_{2024}+a_{2025}=$________.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
8

12. [2023·广东普宁高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$\frac{a_4}{S_4}=\frac{1}{12}$,$S_7-S_4=15$,则$S_n=$________.

三、解答题

13. 在等差数列$\{a_n\}$中,S_n是其前n项和.

(1)若$a_6=10$,$S_5=5$,求a_8和S_{10};

(2)若$a_1=4$,$S_8=172$,求a_8和数列$\{a_n\}$的公差.

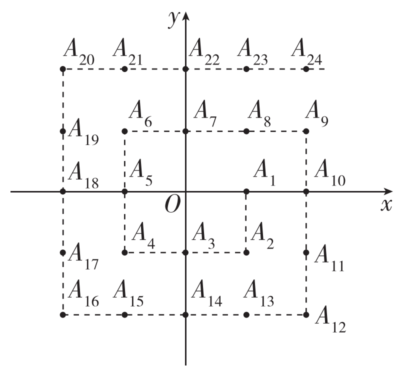
14. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_2=8$,$S_9=11a_4$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$S_n=3a_n+2$,求n.

▶ 思维探索 选做题

15. 如图,在平面直角坐标系中有一系列格点$A_i(x_i,y_i)$,其中$i=1,2,3,\cdots,n,\cdots$,且x_i,$y_i\in\mathbf{Z}$.记$a_n=x_n+y_n$,如$A_1(1,0)$对应$a_1=1$,$A_2(1,-1)$对应$a_2=0$,以此类推.设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,则$a_{2024}=$________,$S_{2022}=$________.



16. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$S_n=-n^2+4n$,数列$\{b_n\}$满足$b_n=|a_n|(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的性质

一、选择题

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,前 7 项和 $S_7=35$,则 $a_{10}=$ (　　)

A. 5　　B. 8

C. 11　　D. 14

2. 一个物体从 1960 米的高空降落,如果第 1 秒下降 4.90 米,以后每秒都比前一秒多下降 9.80 米,那么落到地面所需要的时间为 (　　)

A. 20 秒　　B. 21 秒

C. 19 秒　　D. 22 秒

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_4=3$,$S_8=9$,则 $S_{12}=$ (　　)

A. 12　　B. 18

C. 21　　D. 27

4. [2024·甘肃兰州西北师大附中高二期末] 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,且 $a_1+a_5=-14$,$S_9=-27$,则 S_n 取最小值时 n 的值为 (　　)

A. 6　　B. 7

C. 6 或 7　　D. 8

5. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=-2024$,其前 n 项和为 S_n,若$\dfrac{S_{11}}{11}-\dfrac{S_8}{8}=3$,则 S_{2025} 等于 (　　)

A. 2024　　B. 2023

C. 0　　D. 1

6. 已知 S_n,T_n 分别是等差数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的前 n 项和,且$\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{2n+1}{4n-2}(n=1,2,\cdots)$,则$\dfrac{a_{10}}{b_3+b_{18}}+\dfrac{a_{11}}{b_6+b_{15}}=$ (　　)

A. $\dfrac{11}{20}$　　B. $\dfrac{41}{78}$　　C. $\dfrac{43}{82}$　　D. $\dfrac{23}{42}$

7. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,公差 $d\neq0$,若 $S_n\geqslant S_6$,则 (　　)

A. $a_1<0$　　B. $d<0$

C. $a_6=0$　　D. $S_{13}\geqslant0$

8. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_{23}>0$,$S_{24}<0$,则下列结论错误的是 (　　)

A. 数列$\{a_n\}$是递增数列

B. $a_{13}>0$

C. 当 S_n 取得最大值时,$n=13$

D. $|a_{13}|>|a_{12}|$

二、填空题

9. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_3+a_4+a_5=12$,$a_4+a_5+a_6=18$,则 $a_6+a_7+a_8=$________.

10. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_1=10$,$a_n-a_{n-1}=-2(n\geqslant2)$,则 S_n 的最大值为________.

11. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若$\dfrac{S_5}{S_{10}}=\dfrac{1}{3}$,则$\dfrac{S_5}{S_{20}+S_{10}}=$________.

12. [2024·上海同济大学第一附中高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_1=5$,当且仅当 $n=10$ 时,S_n 取得最大值,则公差 d 的取值范围为________.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

三、解答题

13. (1)已知等差数列$\{a_n\}$的前 m 项和为 30,前 $2m$ 项和为 100,求数列$\{a_n\}$的前 $3m$ 项和 S_{3m};

(2)已知两个等差数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n 和 T_n,$\frac{S_n}{T_n}=\frac{7n+2}{n+3}$,求$\frac{a_5}{b_5}$的值.

14. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,S_n 是其前 n 项和,且 $S_9=-18$,$S_{11}=22$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 S_n 的最小值.

▶ 思维探索 选做题

15. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若对任意的$n\in\mathbf{N}^*$,均有 $S_6\leqslant S_n$ 成立,则$\frac{a_{10}}{a_7}$的值不可能为 ( )

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

16. [2024·广东佛山高二期末] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_4=4S_2$,$a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式及 S_n;

(2)记 $b_n=(-1)^nS_n$,求数列$\{b_n\}$的前 50 项和 T_{50}.